УДК 631.171

doi: 10.25750/1995-4301-2018-4-024-030

Комбинированные расчётные схемы в математических моделях процессов фракционирования зерна

 © 2018. В. А. Сысуев¹, академик РАН, профессор, научный руководитель, А. В. Алёшкин^{1, 2}, д. т. н., профессор, врио директора, Ю. В. Сычугов¹, д. т. н., профессор, с. н. с., А. Ю. Исупов^{1, 2}, к. т. н., с. н. с., ¹Федеральный аграрный научный центр Северо-Востока имени Н. В. Рудницкого, 610007, Россия, г. Киров, ул. Ленина, 166 а, ²Вятский государственный университет, 610000, Россия, г. Киров, ул. Московская, 36, e-mail: priemnaya@fanc-sv.ru

Сельскохозяйственная экология предлагает новые методы и подходы к осуществлению производственных процессов, которые позволят снизить вредное влияние на окружающую среду. В статье изложены подходы к формированию комбинированной расчётной схемы процесса фракционирования зерновых материалов воздушным потоком в горизонтальном канале. Основной идеей метода является последовательное уточнение взаимного влияния зернового и воздушного потоков при расчёте поля скоростей воздуха и траекторий дисперсных частиц. Математическая модель движения воздушного потока построена на основе решения методом конечных элементов уравнений Лапласа для плоского потенциального течения с переменной скважностью. Дифференциальные уравнения движения дисперсных частиц решались численно, с применением метода усреднённого ускорения, с итерациями на каждом шаге и учётом распределения в канале поля скоростей воздушного потока.

Комбинированная расчётная схема выполняется из нескольких итераций с поэтапным приближением к моделируемому процессу пневмосепарации. На первом этапе конечно-элементная модель течения воздушного потока строится без учёта влияния потока зернового материала. На втором этапе решаются дифференциальные уравнения движения частиц зернового материала. По решениям этих уравнений определяется зона большей или меньшей пористости. На следующем этапе проводится перерасчёт скоростей воздушного потока в канале с учётом пористости различных конечных элементов. В зависимости от скоростей воздушного потока изменяется результат решения дифференциальных уравнений движения дисперсных частиц. Таким образом происходит последовательное приближение к описанию процесса взаимодействия зернового и воздушного потоков.

По предложенному алгоритму на языке C# разработана программа, предоставляющая возможность графического и числового контроля результатов расчёта. Интерфейс программы содержит три экранные формы с табличными исходными данными и схемой расположения конечных элементов, на которую, после вычислений, наносятся вектора скоростей воздушного потока и траектории частиц с заданными аэродинамическими свойствами.

Представлены примеры расчёта. По их результатам предложено изменение величины и распределение скоростей воздушного потока на входе в канал, определены положения приёмников фракций в нижней части горизонтального пневмосепарирующего канала.

Ключевые слова: зерновой ворох, плющёное зерно, конечно-элементная модель, уравнение Лапласа, пористость, пневмосепарация, фракционирование.

Combined calculation schemes in mathematical models the fractionation of grain

© 2018. V. A. Sysuev¹, A. V. Aleshkin^{1, 2}, Y. V. Sychugov¹, A. Y. Isupov^{1, 2}, ¹Federal Agricultural Research Center of North-East named N. V. Rudnitsky, 166 a, Lenin St., Kirov, Russia, 610007, ²Vyatka State University, 36, Moskovskaya St., Kirov, Russia, 610000, e-mail: priemnaya@fanc-sv.ru

24

МЕТОДОЛОГИЯ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ. МОДЕЛИ И ПРОГНОЗЫ

Agricultural ecology offers new methods and approaches to the implementation of production processes that will reduce the harmful effects on the environment. The article describes approaches to the formation of a combined calculation scheme of the process of grain materials fractionation by air flow in a horizontal channel. The main idea of the method is a consistent clarification of the mutual influence of grain and air flows in the calculation of the field of air velocities and trajectories of dispersed particles. The mathematical model of air flow motion is based on the finite element solution of the Laplace equations for a plane potential flow with variable porosity. Differential equations of motion of dispersed particles were solved numerically, using the method of average acceleration, with iterations at each step and taking into account the distribution of the air velocity field in the channel.

The combined calculation scheme is constructed from several iterations with a step-by-step approach to the simulated process of pneumoseparation. At the first stage, the finite element model of the air flow is constructed without taking into account the influence of the flow of grain material. In the second stage the differential equation of grain material particles motion are solved. According to the solutions of these equations, the zone of greater or lesser porosity is determined. The next step is to recalculate the air flow rates in the channel taking into account the porosity of the various finite elements. The result of solving the differential equations of motion of dispersed particles varies depending on the air flow velocities. Thus there is a consistent approach to the description of the process of interaction of grain and air flow.

According to the proposed algorithm the computer program in C# language has been developed. It provides the ability to graphically and numerically control the results of the calculation. The program interface contains three screens with tabular data and layout of finite elements, which, after calculations, is applied to the vector of air flow velocity and trajectories of particles with desired aerodynamic properties. Examples of calculation are presented. According to their results, a change in the value and distribution of air flow velocities at the inlet to the channel is proposed, the positions of the fraction receivers in the lower part of the horizontal pneumatic separation channel are determined.

Keywords: grain heap, flattened grain, finite element model, Laplace equation, porosity, pneumatic separation, fractionation.

Вредное влияние на окружающую среду может проявляться непосредственно в виде, например, запыления и загрязнения воздуха или косвенно в виде существенного потребления энергии, выработка которой влияет на экологию.

Фракционирование зернового вороха перед сушкой является перспективным способом уменьшения энергозатрат на послеуборочную обработку зерна, так как позволяет фуражные фракции сушить в более жёстком режиме, чем семенные и продовольственные. Плющение зерна и последующее фракционирование даёт возможность проводить консервацию кормов без операции сушки, что также снижает суммарные энергозатраты на переработку и запылённость воздуха при производстве, что сохраняет экологическую обстановку.

Расчёт и моделирование процессов, в устройствах механизации сельскохозяйственного производства, имеют специфику, обусловленную разнообразием физических свойств органических материалов и необходимостью учёта взаимодействия рабочих органов и обрабатываемой среды [1].

Механические повреждения при послеуборочной обработке семян снижают посевные качества и приводят к ухудшению технологических свойств и потере устойчивости при хранении. Одним из эффективных приёмов послеуборочной обработки является пневмосепарация, в которой рабочим органом является воздушный поток, а обрабатываемым материалом – зерновой ворох. Расчёт взаимного влияния воздушного потока и разделяемого материала является сложнейшей инженерной задачей [1, 2]. В силу многофакторности процессов обработки и нестабильности характеристик растительных материалов возникает необходимость статистической оценки исходных физических характеристик и результатов расчётов.

Применение конечно-элементных моделей и их использование вместе с другими методами расчётов является основой комбинированной расчётной схемы, предлагаемой в данной работе для исследований процессов механизации в сельскохозяйственном производстве [3, 4]. Метод конечных элементов для расчётов движения сплошной среды позволяет учесть неоднородность области течения и сложную конфигурацию её границ. При пневмосепарации это даёт возможность строить комбинированную итерационную расчётную схему процесса:

 конечно-элементная модель течения воздушного потока в устройстве строится без учёта влияния потока зернового материала;

 – дифференциальные уравнения движения частиц зернового вороха или плющёного зерна в невозмущённом воздушном потоке решаются с учётом коэффициента парусности, затем строятся траектории движения частиц основной фракции;

 в зоне движения основной фракции зернового материала изменяется пористость областей течения воздушного потока и проводится расчёт скоростей течения воздушного потока методом конечных элементов с учётом скважности потока частиц зернового вороха и плющёного зерна;

 проводится повторное решение дифференциальных уравнений движения частиц зернового вороха или плющёного зерна в возмущённом воздушном потоке;

 по траекториям основной фракции корректируется расположение областей пористости течения и повторяется расчёт поля скоростей воздушного потока методом конечных элементов;

 проводится очередное решение дифференциальных уравнений движения частиц вороха в возмущённом воздушном потоке уже для всех фракций обрабатываемого материала.

Траектории частиц и плотности распределения компонентов зерна можно использовать для определения связи конструктивных и технологических параметров, таких как: величина и распределение скоростей воздушного потока на входе в устройство; расположение приёмников фракций, размещение в устройстве дополнительных решёток; зона перекрытия разделяемых фракций на выходе из устройства.

При описании течения в зерновом потоке, по аналогии с пористыми средами, используем уравнение Лапласа в виде:

$$h_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + h_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \qquad (1)$$

где h_x , h_y – коэффициенты фильтрации, задаваемые по локальным осям координат. В элементах со свободным течением $h_x = 1, h_y = 1$.

Эффективным приёмом определения коэффициентов h_x , h_y является эксперимент по расчёту сопротивления зернового слоя в канале (при рабочих скоростях воздуха) в зависимости от пористости потока материала. В первом приближении можно принять, аналогично коэффициенту фильтрации в пористых средах [5]:

$$h = \frac{\varepsilon c d^2}{\mu} \rho \,, \tag{2}$$

где ε – пористость объёма; с – безразмерный параметр, который определяется из условия h = 1 при отсутствии потока частиц в канале; d – средний диаметр пор; ρ – плотность воздуха; μ – коэффициент динамической вязкости воздуха.

Траектории частиц определяются как решения дифференциальных уравнений с характерными для каждой определённой фракции её аэродинамическими свойствами. Дифференциальные уравнения движения отдельной частицы с коэффициентом парусности k_n в вертикальной плоскости (x, y) имеют вид:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -k_n (\dot{x} - v_{Bx}) \sqrt{(\dot{x} - v_{Bx})^2 + (\dot{x} - v_{By})^2}; \\ \ddot{y} = -g - k_n (\dot{x} - v_{By}) \sqrt{(\dot{x} - v_{Bx})^2 + (\dot{x} - v_{By})^2}, \end{cases} (3)$$

где \ddot{x}, \ddot{y} – ускорение частицы по горизонтальной и вертикальной оси, соответственно; \dot{x}, \dot{y} – скорости частицы по осям координат; q – ускорение свободного падения; v_{Bx}, v_{By} – скорости воздушного потока в канале, определяемые по результатам решения уравнений Лапласа (1) по потенциалу скоростей u:

$$\begin{cases} v_{Bx} = h_x \frac{\partial u}{\partial x}; \\ v_{By} = h_y \frac{\partial u}{\partial y}. \end{cases}$$
(4)

Метод конечных элементов для решения уравнений Лапласа применяется в несколько этапов [3, 6].

Наиболее сложный этап решения задачи, на котором проводится аппроксимация неизвестной функции *и* базисными функциями *ф*;

$$u = \sum_{i=1}^{S} \phi_i u_i = \{\phi\}^T \{u\}^n, \qquad (5)$$

где i – номер узла в местной системе; для треугольного элемента с тремя узлами S = 3;

$$\left\{u\right\}^n = \left\{\begin{matrix}u_1\\u_2\\u_3\end{matrix}\right\}.$$

Базисные функции $\{\phi\}^T = (\phi_1, \phi_2, \phi_3)$ линейно зависят от координат внутренней области и представляют собой треугольные *L*-координаты [7, 8].

Введём соответствующие матрицы конечных элементов для гармонического уравнения Лапласа (1) с граничными условиями обоих типов: 1) $u = \bar{u}$ на S_{*} ;

2)
$$h \frac{\partial u}{\partial n} = \overline{q_n} \operatorname{Ha} S_2,$$

 $\overline{q_n} = \alpha_{nx} h_x \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha_{ny} h_y \frac{\partial u}{\partial y}$

где α_{nx} , α_{ny} – направляющие косинусы нормали к S_{2} .

Если аппроксимирующая функция отвечает условию равенства нулю вариации потенциала скоростей на границе S₁, то, в соответствии с вариационной формулировкой метода Галеркина, запишем [4]:

26

$$\delta R = \iint_{A} - \left\{ h_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + h_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right\} \delta u dA + \\ + \int_{S_2} \left(h \frac{\partial u}{\partial n} - \overline{q_n} \right) \delta u dS = 0.$$
(6)

Уравнение (6), после интегрирования, для треугольной области приводится к матричному уравнению:

$$\begin{bmatrix} K_{e} \end{bmatrix} \{ u \}^{n} = \{ P_{e} \},$$

$$[K^{e}] = \frac{1}{4A} \begin{bmatrix} b_{1}^{2} & b_{1}b_{2} & b_{1}b_{3} \\ h_{x} \begin{bmatrix} b_{1}^{2} & b_{2}b_{2} & b_{2}b_{3} \\ cummempu+Ho & b_{3}^{2} \end{bmatrix} +$$

$$+ h_{y} \begin{bmatrix} a_{1}^{2} & a_{1}a_{2} & a_{1}a_{3} \\ a_{2}^{2} & a_{2}a_{3} \\ cummempu+Ho & a_{3}^{2} \end{bmatrix}$$

$$(7)$$

— матрица коэффициентов влияния конечного элемента, в которой величины a_i, b_i — зависят от координат его узловых точек по выражениям:

$$\begin{array}{l} a_i = x_k - x_j, \\ b_i = y_j - y_k \end{array}$$

при *i* = 1, 2, 3; *j* = 2, 3, 1; *k* = 3, 1, 2. Причём, удвоенная площадь треугольного элемента равна:

 $2A = b_1 a_2 - b_2 a_1.$

Правая часть уравнения (7) определяется через поток границы элемента, так для стороны между узлами 2 и 3 (рис. 1.):

$$\{P_e\} = \overline{q_n} \begin{cases} 0\\ l/2\\ l/2 \end{cases},$$

где l – длина стороны элемента, $\overline{q_n}$ – среднее значение скорости потока через границу.

В результате объединения по всем конечным элементам уравнений (7) и наложения главных граничных условий получаем систему линейных уравнений для расчёта потенциала скоростей в узловых точках области течения. Затем по выражениям (4) находим скорости воздушного потока в каждом конечном элементе. Решение дифференциальных уравнений (3) проводилось численно. Применялся метод усреднённого ускорения [9]. В процессе интегрирования проекции скорости потока





воздуха, подставлялись в зависимости от того, в каком конечном элементе движется дисперсная частица. Комбинированный алгоритм совместного расчёта поля скоростей воздушного потока и траекторий фракций зернового вороха заложен в программе на языке C# в среде MS Visual Studio. На рисунке 2 (см. цветную вкладку) представлена схема разбиения горизонтального канала пневмосепаратора для фракционирования зернового вороха.

Результат построения поля скоростей и траектории частицы, которая вводится с вертикальной скоростью 1 м/с вниз в двенадцатом узле и имеет критическую скорость витания представлена на рисунке 3 (см. цветную вкладку), при этом длина векторов скоростей воздушного потока пропорциональна их расчётной величине. Элементы, имеющие коэффициент фильтрации меньше единицы (соответствует потоку основной зерновой фракции), закрашиваются тёмной заливкой при считывании информации из топологической матрицы.

Аналогично построены траектории движения всех фракций зернового вороха. Расчёты проводились при различных граничных условиях для воздушного потока и варьируемых характеристиках потока обрабатываемого материала. На рисунке 4 представлен пример табличных данных по результатам расчётов скоростей воздуха и координат дисперсных частиц.

Сделаны рекомендации по соотношению размеров канала и расположению приёмников фракций для последующей оптимизации пневмосепаратора экспериментальными методами [10].

Выводы. По результатам расчётов предложено изменение величины и распределение

МЕТОДОЛОГИЯ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ. МОДЕЛИ И ПРОГНОЗЫ



Puc. 4. Пример табличных данных по результатам расчётов:
а) скоростей воздуха; b) координат дисперсных частиц
Fig. 4. Example of tabular data on the results of calculations:
a) air velocity; b) coordinates of the dispersed particles

скоростей воздушного потока на входе в канал, обратно пропорционально коэффициенту фильтрации потока зернового вороха и плющёного зерна, что повысит эффективность разделения на фракции, позволит снизить удельные энергозатраты. Рекомендуемые соотношения размеров канала и расположение приёмников фракций подлежат дальнейшей оптимизации экспериментальными методами.

Комбинированная расчётная схема позволяет учесть взаимное влияние рабочей среды и обрабатываемого материала на выходные параметры процесса фракционирования зернового вороха, такие, как конечные точки траекторий каждой фракции при различных распределениях скоростей воздушного потока на входе в канал и других технологических особенностях устройства. Так в приведённом примере расчёта, зерновой поток сопровождался сопутствующим воздушным потоком, что учитывалось в естественных граничных условиях на верхней границе канала между узлами 11–12 (рис. 2, см. цветную вкладку).

Конечно-элементные модели рекомендуются как универсальные составляющие комбинированных расчётных схем для описания технологических процессов в средствах механизации обработки растительных материалов, с помощью которых выбираются начальные значения факторов при экспериментальной оптимизации соответствующих устройств производственного цикла непосредственно связанных с экологией послеуборочной обработки зерна.

Литература

1. Сысуев В.А., Алешкин А.В., Савиных П.А. Кормоприготовительные машины. Теория, разработка, эксперимент: В двух томах. Киров: Зональный НИИСХ Северо-Востока, 2008. Т. 1, 2. 1200 с.

2. Сычугов Н.П., Вайсман А.А., Алешкин А.В. Математическое моделирование взаимодействия зерновой струи с воздушным потоком. М.: 1991, деп. в ЦНИИТЭИ Автосельхозмаш: № 1388. 29 с.

3. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. М.: Мир, 1986. 316 с.

4. Коннор Дж., Бреббиа К. Метод конечных элементов в механике жидкости. Л.: Судостроение, 1979. 264 с.

5. Чугаев Р.Р. Гидравлика. Л.: Энергия, 1971. 552 с.

6. Алешкин А.В. Алгоритм определения изменения поля скоростей воздушного потока в пневмосепарирующем канале под действием зернового слоя // Наука – производство – технология – экология: Сб. материалов Всероссийской научн.-техн. конф. ВятГТУ. Киров, 2001. Т. З. С. 214–215.

7. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / М.: Мир, 1976. 464 с.

8. Постнов В.А., Хархурим И.Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. Л.: Судостроение, 1974. 344 с.

9. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985. 472 с.

10. Мельников С.В., Алешкин В.Р., Рощин П.М. Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов. Л.: Колос, 1980. 168 с.

References

1. Sysuyev V.A., Aleshkin A.V., Savinykh P.A. Corporisation machinery. Theory, development, experiment: in two volumes. Kirov: Zonalnyy NIISKh Severo-Vostoka, 2008. V. 1, 2. 1200 p. (in Russian).

2. Sychugov N.P., Vaisman A.A., Aleshkin A.V. Mathematical simulation of grain interaction of the jet with the air flow. Moskva, 1991. Dep. in TSNIITEI Avtoselkhozmash: No. 1388. 29 p. (in Russian).

3. Zienkiewicz O.C., Morgan K. Finite elements and approximation. Moskva: Mir, 1983. 318 p. (in Russian).

4. Connor J., Brebbia K. Finite element method in fluid mechanics. Leningrad: Sudostroenie, 1979. 264 p. (in Russian).

5. Chugaev P. P. Hydraulics. L.: Energiya, 1971. 552 p. (in Russian).

6. Aleshkin A.V. An algorithm for determination of changes of the velocity field of air flow in pneumocephalus channel under the action of a grain of the first layer // Nauka – proizvodstvo – tekhnologiya – ekologiya: Sb. materialov Vserossiyskoy nauchn.-tekhn. konf. VyatGTU. Kirov, 2001. V. 3. P. 214–215 (in Russian).

7. Oden J. Finite elements in nonlinear continuum mechanics. M.: Mir, 1976. 464 p. (in Russian).

8. Postnov V.A., Hirhurim I.J. Finite element method in ship structures accounts. Leningrad: Sudostroenie, 1974. 344 p. (in Russian).

9. Timoshenko S.P., Young D.H., Weaver W. The fluctuations in the engineering. M.: Mashinostroenie, 1985. 472 p. (in Russian).

10. Melnikov S.V., Aleshkin V.P., Roshchin P.M. Experiment planning in researches of agricultural processes. Leningrad: Kolos, 1980. 168 p. (in Russian).

29

A. A. DYMOV, E. V. ABAKUMOV, I. N. BEZKOROVAYNAYA, A. S. PROKUSHKIN, YA. V. KUZYAKOV, E. YU. MILANOVSKY IMPACT OF FOREST FIRE ON SOIL PROPERTIES (REVIEW), P. 13



Fig. 3. Microstructure of the upper mineral horizons of postpyrogenic soils in reflected light, where 1 – products of combustion (Black carbon), 2 – particles with unhumified plant residues [29]

В. А. СЫСУЕВ, А. В. АЛЁШКИН, Ю. В. СЫЧУГОВ, А. Ю. ИСУПОВ КОМБИНИРОВАННЫЕ РАСЧЁТНЫЕ СХЕМЫ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ПРОЦЕССОВ ФРАКЦИОНИРОВАНИЯ ЗЕРНА, С. 24



Рис. 2. Расчётная схема разбиения горизонтального канала пневмосепаратора на конечные элементы Fig. 2. Design scheme of horizontal channel splitting pneumoseparation into finite elements

В. А. СЫСУЕВ, А. В. АЛЁШКИН, Ю. В. СЫЧУГОВ, А. Ю. ИСУПОВ КОМБИНИРОВАННЫЕ РАСЧЁТНЫЕ СХЕМЫ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ПРОЦЕССОВ ФРАКЦИОНИРОВАНИЯ ЗЕРНА, С. 24



Рис. З. Результат расчёта поля скоростей и траектории частицы, которая вводится

с вертикальной скоростью 1 м/с вниз в двенадцатом узле и имеет критическую скорость витания: a) $v_{xp} = 8,46 \text{ м/c; b}$ $v_{xp} = 6,5 \text{ м/c; c}$ $v_{xp} = 5 \text{ м/c}$ Fig. 3. The result of the calculation of the velocity field and the particle trajectory, which is introduced with a vertical velocity of 1 m/s down in the twelfth node and has a critical rate of soaring: a) $v_{crit} = 8.46 \text{ m/s; b}$ $v_{crit} = 6.5 \text{ m/s; c}$ $v_{crit} = 5 \text{ m/s}$